

KLEINE SCHWINGUNGEN

Kleine Schwingungen um die Ruhelage im Minimum eines Potentials lassen sich durch den harmonischen Oszillator lösen.

[P34] *Symmetrische Form*

Wir betrachten eine reelle, symmetrische Form Ω , $\Omega_{ij} = \Omega_{ji}$ und $\Omega_{ij} = \Omega_{ij}^*$, $i, j = 1, 2, \dots, n$.

- Zeigen Sie, dass die Eigenwerte von Ω reell sind. Unterstellen Sie dazu, dass ein komplexer Eigenwert λ mit zugehörigem Eigenvektor $w^i = u^i + iv^i$ existiert. Zeigen Sie, dass $u^i - iv^i$ Eigenvektor mit Eigenwert λ^* ist. Werten Sie dann $(u^j - iv^j)\Omega_{ji}(u^i + iv^i)$ mit den Eigenwertgleichungen so aus, dass man auf $\lambda = \lambda^*$ schließen kann.
- Zeigen Sie, dass Ω den Unterraum U_\perp , der senkrecht auf einem Eigenvektor e steht, auf sich abbildet, und dass Ω folglich n aufeinander senkrecht stehende, normierte Eigenvektoren besitzt.

[P35] *Kleine Schwingungen*

Ein Teilchen bewege sich in der xy -Ebene mit einer potentiellen Energie

$$V(x, y) = \kappa \left(\cosh(x + 2y) - \cos(3x + y) - \frac{5}{2}x^2 - xy \right).$$

- Bestimmen Sie die Frequenzen von kleinen Schwingungen um den Ursprung.
- In welchen Richtungen werden gerade Bahnkurven durchlaufen?